Aritmetică şi algebră

Mulţimi

$\in$ aparţine $\notin$ nu aparţine $\subset$ inclusă $\supset$ include

Φ-mulţimea **vidă** (nu are niciun element) $\forall$ - oricare, $\exists$ - există

–**Cardinalul** unei mulţimi=câte elemente are acea mulţime.

–Mulţimi **disjuncte** = care nu au elemente comune

$\mathbf{N}$ – naturale : $0,1,2,3,...$ $\mathbf{N}^*$ – naturale fără 0 (nenule) : $1,2,3,...$

$\mathbf{Z}$ – întregi: $-4, 0, 9, +12$

$\mathbf{Q}$ – raţionale: $\frac{3}{5}; -4; 3; -6,2; 3,(4)$ $\mathbf{R}$ – reale: $\sqrt{7}; \frac{3}{5}; -4; 3; 3,(4)$

Iraţionale: $(\mathbf{R}-\mathbf{Q})$ $\sqrt{7}; -\sqrt{2}; \pi....$ $\boxed{\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}}$

Operaţii cu mulţimi $A=\{2;4;7\}, B=\{7;9\}$

reuniunea $A \cup B=\{2;4;7;9\}$ **intersecţia** $A \cap B=\{7\}$

diferenţa $A-B=\{2;4\}$ **produs cartezian** $A \times B=$ $\{(2;7),(2;9),(4;7),(4;9),(7;7),(7;9)\}$

Numere naturale

–Numere **consecutive** = unul după altul Ex. 4;5

–Număr **par** (cu soţ) 0,2,4,6,8,10,... ; are forma 2k

–Număr **impar** (fără soţ) 1,3,5,7,9,11,... ; are forma 2k+1

$\overline{xy}=10x+y$ $\overline{abc}=100a+10b+c$ $\overline{abcd}=1000a+100b+10c+d$

–**Pătratul** lui 7 este $7^2=49$; **cubul** lui 2 este $2^3=8$

–**Pătrat perfect** – este egal cu pătratul unui număr natural : 0,1,4,9,16,25,...

$\boxed{\text{Un pătrat perfect nu poate avea ultima cifră 2, 3, 7 sau 8}}$

–**Cub perfect** – este egal cu cubul unui număr natural : 0, 1, 8, 27,...

–**Teorema împărţirii cu rest** $\boxed{D=I \cdot C+R, \quad R<I}$ D-deîmpărţit, I-împărţitor C-cât, R-rest

–**Suma lui Gauss** $\boxed{1+2+3+.......+n=\frac{n \cdot (n+1)}{2}}$

-**Sume de puteri**

$S=3+3^2+3^3+...+3^{25} \mid \cdot 3 \Rightarrow 3S=3^2+3^3+...+3^{25}+3^{26} \Rightarrow 3S=S-3+3^{26} \Rightarrow S=\frac{3^{26}-3}{2}$

Divizibilitate

http://sorinborodi.ro/

$2 \mid 18$ (2 divide pe 18) $18 \,\vdots\, 3$ (18 este divizibil cu 3)

–**Divizorii** lui 18 sunt $D_{18}=\{1,2,3,6,9,18\}$

–**Multiplii** lui 18 sunt $M_{18}=\{0,18,36,54,...\}$

–număr **prim** -se divide doar cu 1 şi el însuşi: 2, 3, 5, 7, 11,...

–număr **compus** -care nu este prim: 4, 6, 8, 9, 10,....

–**Cel mai mare divizor comun** $(8;12)=4$

Numere **prime între ele** – au c.m.m.d.c.=1 (ex. 15 şi 8)

–**Cel mai mic multiplu comun** $[8;12]=24$

–Dacă $a=2^5 \cdot 3 \cdot 7^2$ şi $b=2^6 \cdot 5 \cdot 7$, atunci a şi b au **c.m.m.d.c.**$=2^5 \cdot 7$ şi **c.m.m.m.c.**$=2^6 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 5$

Relatia între c.m.m.d.c. si c.m.m.m.c. (a;b)•[a;b]=a•b

–**Câţi divizori** naturali are un număr: dacă $n=2^5 \cdot 3^9 \cdot 7^2$, atunci n are $(5+1)\cdot(9+1)\cdot(2+1)=180$ divizori naturali

Criterii de divizibilitate

–cu **2** : dacă are ultima cifră 0,2,4,6 sau 8 (ex. 756; 1934)

–cu **3** : dacă suma cifrelor se divide cu 3 (ex. 261; 1005)

–cu **4** : dacă nr. format din ultimele 2 cifre se divide cu 4 (ex. 912)

–cu **5** : dacă are ultima cifră 0 sau 5 (ex. 295; 1330)

–cu **9** : dacă suma cifrelor se divide cu 9 (ex. 495; 8001)

–cu **10** : dacă are ultima cifră 0 (ex. 730; 1900)

–cu **25** : dacă nr.format din ultimele 2 cifre se divide cu 25 (ex. 375)

Daca a si b sunt prime între ele, daca $n \,\vdots\, a$ si $n \,\vdots\, b$, atunci $n \,\vdots\, (a \cdot b)$

Reguli de calcul

–**Fracţii zecimale** $1,37+52,4=53,77$; $3-1,2=1,8$; $3,87 \cdot 10=38,7$ $0,02 \cdot 1000=20$;

$2,3 \cdot 4,25=9,775$; $36,2:10=3,62$; $2,7:100=0,027$; $3,6:4=0,9$; $0,26:0,2=2,6:2=1,3$

–**Numere întregi** $5-8=-3$; $-4-3=-7$; $-7+2=-5$; $-7+9=2$; $5-(-2)=-5+2=-3$

$3 \cdot (-5)=-15$; $(-4)\cdot(+2)=-8$; $(-2)\cdot(-3)=6$; $8:(-4)=-2$; $(-5):(-1)=5$;

Numere **pozitive** : +12; 3;.... Numere **negative** : –23; –2,...

Opusul lui 35 este –35; opusul lui –8 este 8.

–**Puteri** $2^7 \cdot 2^5=2^{12}$; $5^{10}:5^3=5^7$; $(7^3)^4=7^{12}$; $(2n)^3=8n^3$; $(-3)^2=9$;

$(-3)^3=-27$; $(-1)^7=-1$; $(-1)^4=1$; $1^5=1$; $9^1=9$; $(-7)^1=-7$; $3^0=1$; $(-6)^0=1$; $0^7=0$;

$5^{-2}=\frac{1}{5^2}$; $(-3)^{-3}=\frac{1}{(-3)^3}=-\frac{1}{27}$

–**Fracţii ordinare** $\frac{1}{6}+\frac{5}{4}=\frac{^{2)}1}{6}+\frac{^{3)}5}{4}=\frac{17}{12}$; $\frac{7}{6}\cdot\frac{5}{4}=\frac{35}{24}$; $\frac{7}{2}:\frac{5}{3}=\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{21}{10}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{2^5}{3^5}$

Inversul lui 35 este $\frac{1}{35}$; inversul lui $\frac{3}{7}$ este $\frac{7}{3}$

Fracţii **etajate** $\frac{3}{7}/\frac{4}{5}=\frac{3}{7}:\frac{4}{5}=\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{4}=\frac{15}{28}$

$\sqrt{19.00.96}$ | 436
16 | $8\underline{3}\cdot\underline{3}=249$
=300 | $86\underline{6}\cdot\underline{6}=5196$
249
=5196
5196
====

Radicali

$\sqrt{49}=7$; $\sqrt{813}\cdot\sqrt{813}=813$; $\sqrt{7}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{35}$; $\sqrt{374^2}=374$

Scoaterea factorilor de sub radical $\sqrt{63}=\sqrt{9 \cdot 7}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

Raţionalizarea numitorului $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{^{\sqrt{2})}3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $\frac{4}{3-\sqrt{2}}=\frac{^{3+\sqrt{2})}4}{3-\sqrt{2}}=\frac{12+4\sqrt{2}}{7}$

–**Calcul algebric** $5x+2x=7x$; $2y-9y=-7y$; $-3n^2-5n^2=-8n^2$; $a+a=2a$;

$c \cdot c=c^2$; $-3n \cdot 2n^3=-6n^4$; $3(2n-7)=6n-21$; $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$;

$(x^2-3)(x-4)=x^3-4x^2-3x+12$ $+(-5+x-y)=-5+x-y$; $-(a-b+3)=-a+b-3$

Trecerea termenilor dintr-un membru in altul la egalitati: termenii se pot trece dintr-un membru in celalalt cu semn schimbat x–a+b=c–y+z => x+y–z=c+a–b

Factor comun

$3x+3y=3(x+y)$; $7a+28=7(a+4)$; $10n-5=5(2n-1)$;

$8-8k=8(1-k)$; $x^3+x^2=x^2(x+1)$; $4y-6y^5=2y(2-3y^4)$

Transformarea fracţiilor zecimale

-**Finite** $0,7=\frac{7}{10}$; $0,207=\frac{207}{1000}$; $3,45=\frac{345}{100}$

-**Periodice simple** $0,(73)=\frac{73}{99}$; $2,(5)=2\frac{5}{9}=\frac{23}{9}$

-**Periodice mixte** $0,13(5)=\frac{135-13}{900}=\frac{122}{900}$

Formule de calcul

Exemple

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ (3x–4)(3x+4)=$9x^2$–16

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(2y+3)^2=4y^2+12y+9$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(3n-4)^2=9n^2-24n+16$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Formula radicalilor compuşi

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

Fracţii

$\frac{a}{b}$ a - **numărător**, b - **numitor**

- **subunitare**; au numitorul > numărătorul. Ex. $\frac{2}{9}; \frac{2013}{2014}$
- **supraunitare**; au numitorul < numărătorul. Ex. $\frac{7}{4}; \frac{19}{18}$
- **echiunitare**; au numitorul = numărătorul. Ex. $\frac{5}{5}; \frac{341}{341}$
- **ireductibile**, care nu se pot simplifica. Ex. $\frac{9}{14}; \frac{16}{25}$
- **reductibile**, care se pot simplifica. Ex. $\frac{15^{(3}}{18}=\frac{5}{6}$
- **echivalente** $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$; se recunosc astfel: $2 \cdot 12=3 \cdot 8$

Procente 7% din $300=\frac{7}{100}\cdot 300=21$

Raport raportul numerelor 3 şi 5 este $\frac{3}{5}$

Proporţie – o egalitate de două rapoarte (ex. $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$)
2, 3, 4, 6 se numesc **termenii** proporţiei
3 şi 4 sunt **mezii**; 2 şi 6 sunt **extremii**.

Proprietatea fundamentală a unei proporţii:

$\boxed{\textbf{produsul mezilor este egal cu produsul extremilor}}$ $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ => 3•4=2•6

Numerele x, y, z sunt **direct proporţionale** cu 3, 5, 9 dacă $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{9}$

Numerele x, y, z sunt **invers proporţionale** cu 2, 4, 7 dacă $\frac{x}{\frac{1}{2}}=\frac{y}{\frac{1}{4}}=\frac{z}{\frac{1}{7}}$

Regula de trei simpla

a) Daca marimile sunt direct proportionale
Ex. 3 kg mere costa 12 lei. Cat vor costa 5 kg mere?
3 kg.............12 lei
5 kg...............x lei x=$\frac{5 \cdot 12}{3}$=20 lei

b) Daca marimile sunt invers proportionale
Ex. 3 robinete pot umple un bazin in 20 ore. Atunci 5 robinete, In cat timp pot umple bazinul?
3 rob...............20 ore
5 rob................x ore x=$\frac{3 \cdot 20}{5}$=12 ore

Probabilitatea unui eveniment $=\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$

Aproximări

Fie numărul 3,1476. Aproximat cu:

-o zecime prin lipsă=3,1; o zecime prin adaus=3,2

-o sutime prin lipsă=3,14; o sutime prin adaus=3,15

Partea întreagă a unui număr x este **[x]**, cel mai mare număr întreg $\leq x$. Ex. $[3,7]=3$; $[6]=6$; $[0,25]=0$; $[-3,1]=-4$

Partea fracţionară a lui x este definită astfel : $\{x\}=x-[x]$.

Ex. $\{3,7\}=0,7$; $\{4\}=0$; $\{0,2\}=0,2$; $\{-3,1\}=0,9$

Modul (valoare absolută)

$|6|=6$; $|-3|=3$. În general, $|x|=\begin{cases} x, \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x, \text{ dacă } x<0 \end{cases}$

Ex. $|3-\sqrt{2}|=3-\sqrt{2}$, deoarece $3-\sqrt{2} \geq 0$

$|1-\sqrt{2}|=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$, deoarece $1-\sqrt{2}<0$

Comparări

$\frac{7}{5}>\frac{4}{5}$; $\frac{9}{2}>\frac{9}{7}$; $\frac{2}{9}<1$

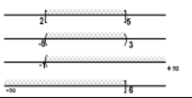
$-9<-7$; $-5<2$; $-23<0$

$2,4>2,39$; $-4,1<-3,82$

$\sqrt{3}>1$; $-\sqrt{6}>-\sqrt{10}$

Intervale

{x∈R / 2≤x≤5}=[2;5] (interval închis)
{x∈R / -5<x<3}=(-5;3) (interval deschis)
{x∈R / x>-1}=(-1;+∞) (-1...plus infinit)
{x∈R / x≤6}=(-∞;6] (minus infinit...6)



Descompunerea expresiilor în factori

–**Prin factor comun**

$x^3-5x^2=x^2(x-5)$; $(n-4)^5+(n-4)^4=(n-4)^4(n-4+1)$

–**Prin formule**

$y^2-25=(y-5)(y+5)$; $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$

–**Prin grupări de termeni**

$2n^3+2n^2+7n+7=2n^2(n+1)+7(n+1)=(n+1)(2n^2+7)$

$x^2+6x+8=x^2+4x+2x+8=x(x+4)+2(x+4)=(x+4)(x+2)$

Sisteme de ecuaţii

-Rezolvare prin metoda **substituţiei**

$\begin{cases} x-y=4 \\ 2x+y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4+y \\ 2(4+y)+y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4+y \\ 8+3y=11 \end{cases}$ $\begin{cases} x=4+y \\ 3y=3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$

-Rezolvare prin metoda **reducerii**

$\begin{cases} a-b=4 \mid \cdot 2 \\ 3a+2b=22 \end{cases}$ $\begin{cases} 2a-2b=8 \\ 3a+2b=22 \end{cases}$ (se adună ecuaţiile)

$5a \quad / \quad =30 \quad \Rightarrow a=6 \Rightarrow b=4$

Ecuaţia de gradul doi

Forma generală $ax^2+bx+c=0$.

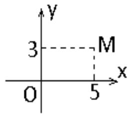
Rezolvare: calculăm Δ (**delta**), $\boxed{\Delta=b^2-4ac.}$

Dacă $\Delta<0$, ecuaţia nu are soluţii.

Dacă $\Delta>0$, soluţiile sunt: $\boxed{x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}$

Sistem de axe

Ox- axa **absciselor**
Oy- axa **ordonatelor**
Punctul M(5;3)



5 şi 3 sunt **coordonatele** punctului M.
Numărul 5 este **abscisa**, iar 3 este **ordonata** lui M.

Medii

Aritmetică $m_a=\frac{x+y}{2}$; **Geometrică** $m_g=\sqrt{xy}$

Armonică $m_h=\frac{2xy}{x+y}$ **Inegalitatea mediilor** $m_h \leq m_g \leq m_a$

Media aritmetică ponderată a numerelor 10; 12; 9, având ponderile 3; 6; 5 este $m_{ap}=\frac{10 \cdot 3+12 \cdot 6+9 \cdot 5}{3+6+5}$

Funcţii

Spunem că am definit o funcţie pe mulţimea A cu valori în mulţimea B dacă facem ca **fiecărui** element din A să-i corespundă un **singur** element în B.

$f: A \to B$ (citim "funcţia f definită pe A cu valori în B")

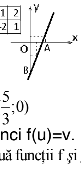
A - **domeniul de definiţie** , B - **domeniul de valori**

Funcţie liniară (de gradul I) este o funcţie de forma $\boxed{f:\mathbf{R} \to \mathbf{R},\ f(x)=ax+b.}$

Ex. $f(x)=3x-5$

– Reprezentare grafică. Fie $f:\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x)=3x-5$

x	1	2
f(x)	-2	1



Calcularea coordonatelor punctelor de intersecţie a graficului cu axele:

-cu axa Oy se calculează $\boxed{f(0)}$; $f(0)=-5 \Rightarrow B(0;-5)$

-cu axa Ox se rezolvă ecuaţia $\boxed{f(x)=0}$; $3x-5=0 \Rightarrow x=\frac{5}{3} \Rightarrow A(\frac{5}{3};0)$

Daca punctul P(u,v) se afla pe graficul functiei f, atunci f(u)=v.

Calcularea coordonatelor punctului de intersecţie a graficelor a două funcţii f şi g : se rezolvă ecuaţia $\boxed{f(x)=g(x)}$

Determinarea functiei de gradul I cunoscând doua puncte ale graficului:
Ex. Daca graficul trece prin punctele M(1;7) si N(2;9).
f(x)=ax+b => f(1)=7, f(2)=9. Se rezolva sistemul de ecuatii $\begin{cases} a+b=7 \\ 2a+b=9 \end{cases}$
a=2, b=5 => f(x)=2x+5

Unităţi de măsură

Lungime	Arie	Volum	Capacitate	Masă	Timp
3 m=30 dm	7 m^2=700 dm^2	5 m^3=5000 dm^3	1 l=1 dm^3	4 kg=4000 g	1 oră=60 minute
0,7 m=70 cm	0,05m^2=500 cm^2	0,03 cm^3=30 mm^3	3 l=3000 ml	0,5 dag=5 g	1 minut=60 secunde
2 km=2000 m	2 km^2=200 hm^2	0,05 km^3=50 hm^3	0,3 dal=3 l	7 cg=70 mg	1 deceniu=10 ani
3,5 cm=35 mm	1 ar=1dam^2=100 m^2	1 dm^3=1000 cm^3	0,2 hl=20 l	2 hg=200 g	1 secol=100 ani
2,7 dam=0,27 hm	1 ha=1hm^2=100 ari	1 m^3=$10^9$$mm^3$	125 ml=0,125 l	6,23 g=62,3 dg	1 mileniu=1000 ani
1,3 mm=0,13 cm	0,02 ha =2 ari= 200 m^2	3 mm^3=0,003 cm^3	0,07 kl=70 l	3 t=3000 kg	¼ ore=15minute
5,7 hm=570 m	0,04 m^2=400 cm^2	0,25 dam^3=250 m^3	3 cl=0,3 dl	34 dg=0,34 g	½ ore=30 minute

Geometrie

http://sorinborodi.ro/

Unghiuri

– **congruente** : au măsuri egale

– **adiacente** : au acelaşi vârf şi o latură comună

– **opuse la vârf** : au acelaşi vârf şi laturile unuia sunt în prelungirea laturilor celuilalt

Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente

– **complementare** : două unghiuri care au suma 90º
Ex. complementul unghiului de 20º este unghiul de 70º

– **suplementare** : două unghiuri care au suma 180º
Ex. suplementul unghiului de 20º este unghiul de 160º

– unghi **alungit** : care are 180º; unghi **nul** care are 0º
– unghi **propriu** : care nu este nici alungit, nici nul
– unghi **ascuţit** < 90º ; **drept** = 90º ; **obtuz** > 90º

– unghiuri **în jurul unui punct**

Suma unghiurilor în jurul unui punct este 360º

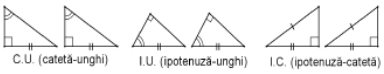
– Unghiuri formate de două drepte cu o secantă
alterne interne : 1 şi 7; 2 şi 8
alterne externe : 3 şi 5; 4 şi 6
corespondente : 1 şi 5; 2 şi 6; 3 şi 7; 4 şi 8

Dacă dreptele sunt paralele, aceste perechi de unghiuri sunt congruente şi reciproc.

Teoreme importante

Cazurile de congruenta a triunghiurilor oarecare

Cazurile de congruenta specifice triunghiurilor dreptunghice



– suma unghiurilor unui triunghi este 180º
– suma unghiurilor unui patrulater este 360º
– unghiurile de la baza unui triunghi isoscel sunt congruente
– într-un triunghi isoscel, bisectoarea unghiului de la vârf este şi mediană, înălţime, mediatoare.
– într-un triunghi dreptunghic, mediana din vârful unghiului drept este jumătate din ipotenuză. $AM = \frac{BC}{2}$
– într-un triunghi dreptunghic care are un unghi de 30º, cateta opusă acestui unghi este jumătate din ipotenuză. $AB = \frac{BC}{2}$

– teorema lui **Thales** : EF‖BC ⇔ $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

– teorema **fundamentală a asemănării** :
dacă EF‖BC, atunci ΔAEF ~ ΔABC (sunt asemenea), adică $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

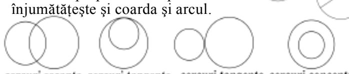
Cazurile de asemanare a triunghiurilor
ΔABC~ΔDEF (adică sunt asemenea) dacă:
– *cazul I* $\angle A \equiv \angle D$ şi $\angle B \equiv \angle E$
– *cazul II* $\angle A \equiv \angle D$ şi $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$
– *cazul III* $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare

– teorema **bisectoarei**: dacă AD este bisectoare, $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}$

Într-un Δ dreptunghic:
– teorema **înălţimii**: $AD = \sqrt{BD \cdot DC}$
– teorema **catetei**: $AB = \sqrt{BD \cdot BC}$
– teorema lui **Pitagora**: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

– **unghiul la centru** ∠AOB are măsura egală cu a arcului cuprins între laturi $\angle AOB = \widehat{AB}$
– **unghiul înscris** ∠AMB are măsura jumătate din a arcului cuprins între laturi $\angle AMB = \frac{\widehat{AB}}{2}$
– unghiul format de o tangentă cu o coardă este jumătate din arcul subântins de coardă
raza este perpendiculară pe o tangentă
– diametrul perpendicular pe o coardă înjumătăţeşte şi coarda şi arcul.


cercuri secante **cercuri tangente** **cercuri tangente** **cercuri concentrice**

-puncte **conciclice**: care se afla pe un cerc

Trigonometrie

sinus= $\frac{\text{cat.op.}}{\text{ip}}$; cosinus= $\frac{\text{cat.al.}}{\text{ip}}$

tangenta= $\frac{\text{cat.op.}}{\text{cat.al.}}$; cotangenta= $\frac{\text{cat.al.}}{\text{cat.op.}}$

cos u=sin (90°–u)

$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$ tg $u = \frac{\sin u}{\cos u}$

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Puncte şi drepte

– puncte **coliniare**: sunt situate pe o dreaptă
– drepte **concurente**: drepte care se intersectează
– **punct de concurenţă**: punctul în care se intersectează două drepte (a∩b={P})
– **semidreapta deschisă**: (OA O∉(OA
– **semidreapta închisă**: [OA O∈[OA (O - originea)
– segmente **congruente**: au lungimi egale [AB]≡[CD]
– drepte **perpendiculare**: formează un unghi drept a ⊥ b
– drepte **paralele**: sunt în acelaşi plan şi nu se intersectează a ‖ b

Axioma lui Euclid:
printr-un punct exterior unei drepte se poate duce o singură paralelă la dreapta dată.

Linii importante în triunghi

– **Bisectoarea**: împarte un unghi în două unghiuri congruente.
Bisectoarele sunt concurente în **I** - centrul cercului înscris

cercul înscris în triunghi

– **Mediatoarea**: perpendiculară pe mijlocul unei laturi.
Mediatoarele sunt concurente în **O** - centrul cercului circumscris.
La triunghiul obtuzunghic, O este situat în exterior.
La triunghiul dreptunghic, O este în mijlocul ipotenuzei.

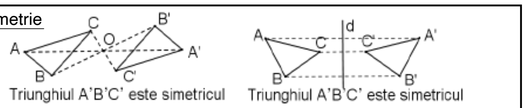
cercul circumscris triunghiului

– **Înălţimea**: perpendiculara dintr-un vârf pe latura opusă.
Înălţimile sunt concurente în **H** - ortocentrul.
La triunghiul obtuzunghic, H este în exterior.

– **Mediana**: uneşte un vârf cu mijlocul laturii opuse.
Medianele sunt concurente în **G** - centrul de greutate.
Centrul de greutate este la $\frac{1}{3}$ de bază şi $\frac{2}{3}$ de vârf:

GM= $\frac{1}{3}$AM
AG= $\frac{2}{3}$AM

Simetrie



Triunghiul A'B'C' este simetricul triunghiului ABC faţă de punctul O.
O - centru de simetrie

Triunghiul A'B'C' este simetricul triunghiului ABC faţă de dreapta d
d - axă de simetrie

Arii şi alte formule

Triunghi $A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$; $A_\Delta = \frac{ab\sin C}{2}$; $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este semiperimetrul, $p = \frac{a+b+c}{2}$ **(formula lui Heron)**

Triunghi **echilateral**: înălţimea $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; aria $A_{\Delta ech.} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Triunghi **dreptunghic**: înălţimea $h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip}$; aria $A_{\Delta dr.} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}$

Linia mijlocie în triunghi
- uneşte mijloacele a două laturi;
Este paralelă cu a treia latură şi este jumătate din aceasta.

Raza cercului înscris
în triunghi $r = \frac{A}{p}$
(A-aria, p-semiperimetrul)

Unghi exterior al unui triunghi

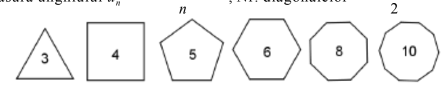
Paralelogram A=b•h
Dreptunghi A=L•l
Romb $A = \frac{D \cdot d}{2}$
Pătrat diag. d=l$\sqrt{2}$, A=l²

Trapez $A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$ sau l_m• h

Linia mijlocie în trapez
- uneşte mijloacele laturilor neparalele;
Este paralelă cu bazele şi este egală cu media lor aritmetică: $l_m = \frac{B+b}{2}$

Segmentul care uneste mijloacele diagonalelor unui trapez este egal cu $\frac{B-b}{2}$

Poligon regulat -are toate laturile congruente si unghiurile congruente
n - nr. laturi apotema $a_n = R\cos\frac{180°}{n}$; latura $l_n = 2R\sin\frac{180°}{n}$
Măsura unghiului $u_n = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$; Nr. diagonalelor $= \frac{n(n-3)}{2}$
OM-apotema



echilateral pătrat pentagon hexagon octogon decagon

Cerc
Lungimea (circumferinţa) $L = 2\pi R$, Aria $A = \pi R^2$, $\pi \approx 3{,}14159265...$

Figuri geometrice

Triunghi
– **isoscel**: are două laturi congruente
– **echilateral** : are toate laturile congruente
– **oarecare** : are laturi de lungimi diferite
– **ascuţitunghic** : toate unghiurile ascuţite
– **obtuzunghic**: are un unghi obtuz
– **dreptunghic**: are un unghi drept
catete : laturile care formează unghiul drept
ipotenuza : latura opusă unghiului drept

Patrulater (convex, concav)

– **Paralelogram** : are laturile opuse paralele
Proprietăţile paralelogramului:
– laturile opuse sunt congruente
– unghiurile opuse sunt congruente, iar unghiurile alăturate sunt suplementare
– diagonalele au acelaşi mijloc

Dreptunghiul : paralelogramul care are un unghi drept
– diagonalele dreptunghiului sunt congruente

Rombul : paralelogramul care are două laturi alăturate congruente
– diagonalele rombului sunt perpendiculare şi sunt bisectoare ale unghiurilor

Pătratul: are toate proprietăţile dreptunghiului şi rombului

– **Trapezul** : are două laturi paralele şi celelalte două neparalele

Trapez isoscel are laturile neparalele congruente
Trapez dreptunghic are un unghi drept

Geometrie in spatiu

-O dreapta este perpendiculara pe un plan daca este perpendiculara pe doua drepte concurente din acel plan
-Daca o dreapta este perpendiculara pe un plan, atunci ea este perpendiculara pe toate dreptele din acel plan.

– **teorema celor trei perpendiculare** :
$AM \perp \alpha, MB \perp d \Rightarrow AB \perp d$

Unghiul dintre o dreapta si un plan este egal cu unghiul format de dreapta cu proiectia ei pe plan.

Aria proiectiei pe un plan a unei figuri cu aria A este egala cu A•cos u, unde u este unghiul format de planul figurii cu planul de proiectie.

Poliedre

Prisma $V = A_B \cdot h$
A_L = suma ariilor feţelor laterale
$A_L = P_B \cdot h$
Aria totală $A_T = A_L + 2A_B$
Diagonala paralelipipedului
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Diagonala cubului $d = l\sqrt{3}$

Piramida $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
A_L = suma ariilor feţelor laterale
$A_L = \frac{P_B \cdot ap}{2}$
Aria totală $A_T = A_L + A_B$
apotemă=înălţimea unei feţe laterale
Volumul tetraedrului regulat $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Trunchiul de piramidă
$V = \frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$
A_L =suma ariilor feţelor laterale
$A_L = \frac{(P_B + P_b) \cdot ap}{2}$
Aria totală $A_T = A_L + A_B + A_b$

Corpuri rotunde

Cilindrul $A_L = 2\pi RG$
$A_T = A_L + 2A_B$
$V = \pi R^2 h$
G=h

Conul $A_L = \pi RG$
$A_T = A_L + A_B$
$V = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3}$

unghiul sectorului desfăşurării $u = \frac{360° R}{G}$

Trunchi de con
$A_L = \pi G(R + r)$
$A_T = A_L + A_B + A_b$
$V = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

Sfera $A = 4\pi R^2$
$V = \frac{4\pi R^3}{3}$